

DOI 10.26886/2414-634X.4(48)2021.7

UDC: 519.216

**METHOD OF SET AND TAXONOMY INDUCTION OF CYCLIC
FUNCTIONAL RELATIONS CLASSES WITHIN THE FRAMEWORK OF
AXIOMATIC-DEDUCTIVE STRATEGY OF ORGANIZATION OF CYCLIC
FUNCTIONAL RELATIONS THEORY**

Serhii Lupenko, Doctor of Technical Sciences, Professor

<https://orcid.org/0000-0002-6559-0721>

e-mail: lupenko.san@gmail.com

Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS
of Ukraine, Kiev

Andrii Zozulya, PhD of Technical Sciences, Assoc. Professor

<https://orcid.org/0000-0003-1582-3088>

e-mail: Zozulya_Andriy@nas.gov.ua

Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS
of Ukraine, Kiev

Christopher Chizoba, Postgraduate student

<https://orcid.org/0000-0002-1977-4490>

e-mail: chrisnamene@yahoo.com

Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ukraine, Ternopil

Nataliya Stadnyk, PhD of Technical Sciences, Assoc. Professor

<https://orcid.org/0000-0002-7781-7663>

e-mail: natalya.stadnik15@gmail.com

Ternopil Ivan Puluj National Technical University, Ukraine, Ternopil

Andrii Horkunenko, PhD of Technical Sciences, Assoc. Professor

<https://orcid.org/0000-0002-2021-006X>

e-mail: horkunenkoab@tdmu.edu.ua

I. Horbachevsky Ternopil National Medical University, Ternopil

The paper defines the classes of cyclic functional relations and their taxonomy, which allowed to formalize and organize the theory according to the axiomatic-deductive strategy. A set of cyclic attributes, a set of domains of definition, a set of types of rhythm of cyclic functional relation are formed, which forms a taxonomy of models of cyclic signals, which in turn are a component of the theory of cyclic functional relations.

A method for generating a set and taxonomy of classes of cyclic functional relations has been developed. The taxonomy of models' classes, methods, algorithms and software for processing and simulation (generation) of cyclic signals within the theory of cyclic functional relations is developed.

Keywords: induction method, class taxonomy, cyclic functional relations, axiomatic-deductive strategy.

Доктор технічних наук, професор, Лупенко С.А., кандидат технічних наук, Зозуля А.М., аспірант Крістофер Чізоба, кандидат технічних наук, Стадник Н.Б., кандидат технічних наук, доцент, Горкуненко А.Б., Метод індукції множини та таксономії класів циклічних функціональних відношень у рамках аксіоматико-дедуктивної стратегії організації теорії циклічних функціональних відношень / Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя; Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України; Тернопільський національний медичний університет імені І. Я. Горбачевського, Україна.

У роботі дано означення класам циклічних функціональних відношень та їх таксономії, що дозволило формалізувати та організувати теорію за аксіоматико-дедуктивною стратегією. Сформовано множину атрибутів циклічності, множину областей визначення, множину видів ритму циклічного функціонального

відношення, що формує таксономію моделей циклічних сигналів, які у свою чергу є складовою теорії циклічних функціональних відношень.

Розроблено метод генерування множини та таксономії класів циклічних функціональних відношень. Розвинута таксономія класів моделей, методів, алгоритмів та програмних засобів опрацювання та імітації (генерування) циклічних сигналів в рамках теорії циклічних функціональних відношень.

Ключові слова: метод індукції, таксономії класів, циклічні функціональні відношення, аксіоматико-дедуктивна стратегія.

Вступ. Циклічні сигнали та процеси є носіями відомостей про функціонування багатьох систем різної природи. До класу сигналів із циклічною просторово-часовою структурою належать кардіосигнали електричної, магнітної та акустичної (механічної) природи, циклічні економічні процеси, процеси рельєфоутворення на поверхні матеріалів, процеси електро-, газо-, нафтоспоживання, а також багато сигналів технічного призначення в радіотехнічних та телекомунікаційних системах.

Автоматизація процесів аналізу, прогнозування та комп'ютерної імітації (генрування) циклічних сигналів потребує розробки їх ефективних математичних моделей, методів комп'ютерного моделювання та опрацювання сигналів, а також створенням інформаційних систем для аналізу, прогнозування, класифікації та кластеризації циклічних сигналів [1-7].

У процесі розробки інформаційних систем для аналізу та прогнозування циклічних сигналів центральну, визначну роль відіграє побудова чи обґрунтований вибір математичних моделей цих сигналів. З метою розробки єдиної методології обґрунтованого вибору,

структурної та параметричної ідентифікації математичних та комп'ютерних моделей, методів перетворення, аналізу та прогнозування циклічних сигналів в сучасних інтелектуалізованих інформаційних системах в рамках детермінованого, стохастичного, нечіткого та інтервального підходів, а також розробки онтології та екпертної онтоорієнтованої системи підтримки прийняття рішень в галузі моделювання та опрацювання процесів циклічної структури, першим кроком є створення таксономій класів циклічних функціональних відношень як математичних моделей циклічних сигналів.

В роботах [8-10], дано означення деяким важливим для практики моделювання циклічних сигналів класам циклічних функціональних відношень, зокрема, таким класам як циклічний випадковий процес, вектор циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів, циклічна детермінована числова функція, циклічна інтервальна числова функція, циклічна нечітка функція. Означені класи циклічних функціональних відношень далеко не вичерпують усіх можливих класів циклічних функцій, які можна утворити, шляхом конкретизації класу абстрактних циклічних функціональних відношень. З метою суттєвого розширення класів циклічних функціональних відношень та їх таксономій необхідно розробити уніфікований метод індукції як самих класів цих функцій, так і їх назв.

Створення такого методу дасть змогу:

1. Суттєво розширити та деталізувати систему означень та існуючу класифікацію циклічних функціональних відношень, ґрунтуючись на уніфікованому та компактному принципі індукції класів циклічних функціональних відношень та їх таксономії.
2. В автоматичний спосіб генерувати означення та вивідні знання (теореми, властивості) із означення та доведених теорем,

встановлених властивостей класу абстрактних циклічних функціональних відношень, що суттєво прискорить генерування контенту електронних підручників та довідкових систем в галузі моделювання та опрацювання циклічних сигналів на базі теорії циклічних функціональних відношень.

3. Застосовувати автоматизовані технології генерування онтологій в галузі моделювання та опрацювання циклічних сигналів, що суттєво прискорить розробку онтоорієнтованих баз знань та експертних систем підтримки прийняття рішень в галузі моделювання та опрацювання циклічних сигналів в інформаційних системах.

4. Уможливить розробку дерева прийняття рішень як ієрархічно упорядковану систему продукційних правил, яка ґрунтується на онтології циклічних функціональних відношень в онтоорієнтованих експертних системах підтримки прийняття рішень в галузі моделювання та опрацювання сигналів циклічної структури.

Основні поняття теорії циклічних функціональних відношень.

Фундаментальним поняттям теорії циклічних функціональних відношень є поняття абстрактного циклічного функціонального відношення як узагальненої математичної моделі циклічних сигналів, що адекватно і несуперечливо відображає їх циклічну структуру для досить широкого класу таких сигналів. Це поняття стосується власного абстрактного логіко-семантичного ядра теорії циклічних функціональних відношень [8-10]. Зокрема, з метою формалізації та розширення множини можливих властивостей, відносно яких має місце повторюваність у структурі досліджуваного циклічного сигналу, зокрема, для відображення не лише точної чи ймовірнісної повторюваності, введено поняття атрибуту та множини атрибутів. Так, введено відображення $p: \Psi \rightarrow A$ лінійного простору Ψ на деяку множину A , що є множиною можливих значень атрибуту. Елементами множини A

можуть бути числа, вектори, функції, а, отже, відображення $p: \Psi \rightarrow A$ може бути числовою функцією, функціоналом, оператором.

Так, згідно роботи [8], дамо означення циклічного за множиною атрибутів функціонального відношення та циклічного за одним атрибутом функціонального відношення.

Означення 1. Упорядковане за областю визначення W функціональне відношення $f: W \rightarrow \Psi$ із областю значень Ψ є **циклічним за множиною атрибутів** $\{p_k: \Psi^{n_k} \rightarrow A_k, k = \overline{1, K}\}$ **функціональним відношенням**, якщо для кожного його упорядкованого n_k -кратного декартового степеня f^{n_k} існує найдрібніше зліченне розбиття $D_{f^{n_k}}^c = \{f_{c_m}^{n_k} = f_{c_m} \times f^{n_k-1}, m \in Z\}$ на ізоморфні відносно порядку та атрибуту $p_k: \Psi^{n_k} \rightarrow A_k$ відношення.

Частинним випадком означення 1 є означення циклічного функціонального відношення за одним атрибутом.

Означення 2. Упорядковане за областю визначення W функціональне відношення $f: W \rightarrow \Psi$ із областю значень Ψ є **циклічним за атрибутом** $p: \Psi \rightarrow A$ **функціональним відношенням**, якщо існує його найдрібніше зліченне розбиття $D_f^c = \{f_{c_m}, m \in Z\}$ на ізоморфні відносно порядку та атрибуту $p: \Psi \rightarrow A$ функціональні відношення.

Означення 3. Областю визначення циклічного функціонального відношення є впорядкована дискретна $W = D = \{t_{ml} \in R, m \in Z, l = \overline{1, L}, L \geq 2\}$ множина або множина $W = R$ дійсних чисел. У випадку дискретності області визначення $W = D$ для її

елементів має місце такий тип лінійного упорядкування: $t_{m_1 l_1} < t_{m_2 l_2}$, якщо $m_2 > m_1$, або якщо $m_2 = m_1$, а $l_2 > l_1$, в інших випадках $t_{m_1 l_1} > t_{m_2 l_2}$ ($m_1, m_2 \in \mathbf{Z}$, $l_1, l_2 \in \overline{1, L}$, $0 < t_{m, l+1} - t_{m, l} < \infty$).

Як видно із означення 1, множина \mathbf{W} є лінійно упорядкованою множиною (чи дискретною підмножиною) дійсних чисел. Під дискретною множиною будемо розуміти таку множину, яку утворюють тільки ізольовані точки.

Означення 4. Областю значень циклічного функціонального відношення є деякий лінійний простір Ψ над полем дійсних або комплексних чисел, елементами якого можуть бути числа, нечіткі числа, вектори, матриці, тензори, інтервали, функції, оператори, випадкові величини, випадкові вектори, випадкові матриці, випадкові функції та випадкові оператори і т. п.

Функція ритму циклічного функціонального відношення $f: \mathbf{W} \rightarrow \Psi$, має такі властивості:

1.
 - a) $T(t, n) > 0$, якщо $n > 0$ ($T(t, 1) < \infty$);
 - b) $T(t, n) = 0$, якщо $n = 0$;
 - c) $T(t, n) < 0$, якщо $n < 0$, $t \in \mathbf{W}$.

(1)

2. Для будь-яких $t_1 \in \mathbf{W}$ та $t_2 \in \mathbf{W}$, для яких $t_1 < t_2$, для функції $T(t, n)$ виконується строга нерівність:

$$T(t_1, n) + t_1 < T(t_2, n) + t_2, \forall n \in \mathbf{Z}. \quad (2)$$

Для циклічного за атрибутом $p: \Psi \rightarrow \mathbf{A}$ функціонального відношення має місце рівність:

$$p(f(t)) = p(f(t + T(t, n))) \in \mathbf{A}, t \in \mathbf{W}, n \in \mathbf{Z}. \quad (3)$$

Функція $T(t, n)$ є найменшою за модулем ($|T(t, n)| \leq |T_\gamma(t, n)|$) серед усіх таких функцій $\{T_\gamma(t, n), \gamma \in \Gamma\}$, які задовольняють (1) - (3).

Принцип генерування класів циклічних функціональних відношень. У роботі [8], показано, що лише чотири математичні об'єкти, а саме, область визначення W , область значень Ψ , атрибут $p: \Psi \rightarrow A$ чи множина атрибутів $\{p_k: \Psi^{n_k} \rightarrow A_k, k = \overline{1, K}\}$ (якщо розглядається багатовимірна циклічна структура) та функція ритму $T(t, n)$, лежать в основі класифікації широкого класу математичних моделей циклічних сигналів, що вказує на достатню повноту, системність та компактність розробленого підходу до побудови теорії моделювання та опрацювання циклічних сигналів в інформаційних системах.

З метою подальшої формалізації теорії циклічних функціональних відношень та організації її за аксіоматико-дедуктивною стратегією, введемо до подальшого розгляду множину X_Ψ , яка є множиною наперед визначених класів (типів) лінійних просторів Ψ в яких набирають своїх значень відповідні циклічні функціональні відношення; множину X_A , яка є множиною наперед визначених класів (типів) можливих атрибутів $p: \Psi \rightarrow A$ чи множин атрибутів $\{p_k: \Psi^{n_k} \rightarrow A_k, k = \overline{1, K}\}$, в яких постулюється (відображається) циклічна структура функціонального відношення; множину $X_{T(t, n)}$, яка є множиною наперед визначених класів (типів) функцій ритму $T(t, n)$ циклічних функціональних відношень, та множина X_W , яка є множиною наперед визначених типів областей визначення W циклічного функціонального відношення.

Відзначимо, що із множинами $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$ можна пов'язати відповідні їм таксономії $T_{\Psi}, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$, які є реляційними системами (множини із частковим порядком), носіями яких є відповідні множини $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$, а саме, ці таксономії задаються як такі пари об'єктів:

$$T_{\Psi} = \{X_{\Psi}, \subset\}, T_A = \{X_A, \subset\}, T_{T(t,n)} = \{X_{T(t,n)}, \subset\}, T_W = \{X_W, \subset\},$$

де відношення “ \subset ” є відношенням строгого включення.

Розробимо метод індукції множин та таксономій класів циклічних функціональних відношень із відповідних множин $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$ та відповідних таксономій $T_{\Psi}, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$.

Множина означень класів циклічних функціональних відношень та їх таксономія. З метою подальшої формалізації теорії циклічних функціональних відношень та організації її за аксіоматико-дедуктивною стратегією, розглянемо означення циклічного функціонального відношення як тотожно істинний 4-місний предикат, а саме, як функцію-висловлювання $P(x_1, x_2, x_3, x_4)$, яку задано на множинах $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$ ($x_1 \in X_{\Psi}, x_2 \in X_A, x_3 \in X_{T(t,n)}, x_4 \in X_W$), і яка набирає своїх значень із множини Def_{cf} всіх можливих означень конкретних підкласів циклічних функціональних відношень.

Оскільки предикат $P(x_1, x_2, x_3, x_4)$ є тотожно істинним, то для будь-яких наборів значень x_1, x_2, x_3, x_4 із множин $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$, він завжди перетворюється на істинне висловлювання, а саме, на означення конкретного підкласу циклічних функціональних відношень. Крім того, зважаючи на те, що із класами $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$ пов'язані відповідні їм таксономії $T_{\Psi}, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$, то можна стверджувати, що для будь-яких

наборів значень x_1, x_2, x_3, x_4 із будь-яких вузлів (класів, множин) $X_\Psi, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$ таксономій $T_\Psi, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$, предикат $P(x_1, x_2, x_3, x_4)$ завжди перетворюється на істинне висловлювання, яке і буде автоматично породженим (згенерованим) означенням конкретного підкласу циклічних функціональних відношень, а також буде відповідним вузлом таксономії (класифікаційного дерева) T_{cf} моделей циклічних сигналів в рамках теорії циклічних функціональних відношень.

Перейдемо безпосередньо до методу параметричного генерування вузлів та дуг таксономічного класифікаційного дерева (таксономії T_{cf}) математичних моделей циклічних сигналів в рамках теорії циклічних функціональних відношень. Метод параметричного генерування вузлів та дуг таксономічного класифікаційного дерева моделей циклічних сигналів в рамках теорії циклічних функціональних відношень полягає в реалізації таких базових кроків.

1. Формування області визначення предиката $P(x_1, x_2, x_3, x_4)$, а саме задання (формування) множин $X_\Psi, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$, а також задання назв елементів цих множин.
2. Формування таксономій $T_\Psi, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$ у вигляді кодованих (числове і словесне кодування вузлів) таксономічних дерев із відповідних множин $X_\Psi, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$.
3. Формування глосарію та таксономії класів циклічних функціональних відношень із базового означення абстрактної циклічної функції та таксономій $T_\Psi, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$ на основі генеративної (породжувальної) процедури.

Першим етапом реалізації процедури параметричного генерування вузлів та дуг таксономічного класифікаційного дерева моделей циклічних сигналів є формування множин $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$, на яких задано предикат $P(x_1, x_2, x_3, x_4)$, та назв їх елементів. Здійснимо побудову цих множин.

Перш за все, зазначимо, що принцип генерування елементів цих множин полягає у багатократному застосуванні логічної операції поділу родових понять на видові поняття. Причому такого роду поділ може бути здійснений за різними змістовними ознаками. Кількість та порядок таких поділів задає упорядкування в таксономічному дереві.

Формування множини X_{Ψ} областей значень циклічних функціональних відношень. Коротко розглянемо формування лише однієї із множин $X_{\Psi}, X_A, X_{T(t,n)}, X_W$, а саме, формування множини X_{Ψ} . Елементами множини X_{Ψ} є можливі (допустимі) області значень Ψ абстрактної циклічної функції, які загалом є деякими лінійними просторами $\langle \Psi, \mathbf{R}, +, * \rangle$ над полем дійсних або комплексних чисел $\langle \Psi, \mathbf{C}, +, * \rangle$. Тобто, для формування множини X_{Ψ} необхідно взяти родові (найабстрактніше) поняття лінійного простору Ψ , а всі інші видові поняття породити із родового, шляхом застосування до нього та його видових понять логічної операції поділу. Власне це родові поняття та сукупність породжених видових понять і будуть формувати множину X_{Ψ} , а порядок застосування операції логічного поділу буде індукувати порядок у організацію таксономії T_{Ψ} областей значень циклічних функціональних відношень. Слід відзначити, що на різних послідовних етапах (кроках) поділу поняття «Лінійний простір» можна застосовувати різні основи поділу – ті змістовні ознаки, за якими буде поділятися родові поняття на видові.

Першою основою поділу може бути вид невизначеності в значеннях циклічного сигналу. У залежності від підходу

(детермінованого, стохастичного, нечіткого, інтервального) до врахування невизначеності структури циклічних сигналів, множину X_{Ψ} можна розбити на чотири підмножини X_{Ψ_d} , X_{Ψ_s} , X_{Ψ_f} , X_{Ψ_i} ($X_{\Psi} = X_{\Psi_d} \cup X_{\Psi_s} \cup X_{\Psi_f} \cup X_{\Psi_i}$).

Множина X_{Ψ_d} - множина наперед заданих лінійних просторів Ψ_d , які використовуються як області значень циклічних функцій при детермінованому підході до моделювання сигналів. Клас циклічних функцій із такими областями значень будемо називати циклічними детермінованими функціями. Множина X_{Ψ_s} - множина можливих лінійних просторів Ψ_s , які використовуються як області значень циклічних функцій при стохастичному (ймовірнісному, випадковому) підході до моделювання сигналів. Клас циклічних функцій із такими областями значень будемо називати циклічними випадковими функціями. Множина X_{Ψ_f} є множиною можливих лінійних просторів Ψ_f , які використовуються як області значень циклічних функцій при нечіткому підході до моделювання сигналів. Клас циклічних функцій із такими областями значень будемо називати циклічними нечіткими функціями. Множина X_{Ψ_i} - множина можливих лінійних просторів Ψ_i , які використовуються як області значень циклічних функцій при інтервальному підході до моделювання сигналів. Клас циклічних функцій із такими областями значень будемо називати циклічними інтервальними функціями. Тобто, область значень (лінійний простір) Ψ циклічного функціонального відношення при застосуванні логічної операції поділу за ознакою тип невизначеності в значеннях циклічного сигналу поділяється на чотири види, які задають чотири найбільші класи областей значень циклічних функціональних відношень.

У свою чергу, застосовуючи логічні операції поділу за відповідними, загалом різними, ознаками поділу кожного із класів Ψ_d ,

Ψ_s, Ψ_f, Ψ_i можна утворити більш дрібні класи областей значень циклічних функціональних відношень.

Процедура породження таксономії класів циклічних функціональних відношень. Формування таксономії класів циклічних функціональних відношень із базового означення абстрактної циклічної функції та таксономій $T_\Psi, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$ на основі генеративної (породжувальної) процедури. Важливими елементами цієї генеративної процедури є кодування вузлів таксономій $T_\Psi, T_A, T_{T(t,n)}, T_W$ та надання пріоритетів цих таксономій. Кожній таксономії припишемо її порядковий номер n від 1 до 4, що і буде визначати її пріоритет. Так таксономії T_Ψ надамо найвищий пріоритет – 1 ($n = 1$), таксономії T_A надамо пріоритет 2 ($n = 2$), таксономії T_W – пріоритет 3 ($n = 3$), а таксономії $T_{T(t,n)}$ – найнижчий пріоритет – 4 ($n = 4$).

Верхній вузол (корінь) кожного таксономічного дерева буде позначатися числом, рівним порядковому номеру відповідного таксономічного дерева. Кожний рівень n -го таксономічного дерева будемо кодувати натуральним числом, яке рівне числу його появи у напрямі від вершини (кореня) дерева до його гілок. Загалом, k -й рівень n -го таксономічного дерева будемо подавати комбінацією натуральних чисел, розділених крапкою, а саме: $n_0.k_1, \dots, k_i$. В цій кодовій комбінації перше число відображає порядковий номер (пріоритет) відповідного таксономічного дерева, а натуральне число i відображає порядковий номер рівня у цьому таксономічному дереві. Для будь-якого вузла таксономічного дерева остання цифра вказує номер його послідовності

на цьому рівні від свого предка, а всі попередні цифри вказують вузол предка.

Висновки. У роботі розроблено метод генерування множини та таксономій класів циклічних функціональних відношень. На основі даного методу може бути побудована таксономія моделей циклічних сигналів, що є важливою складовою організації теорії циклічних функціональних відношень за аксіоматико-дедуктивною стратегією та уможлиблює підвищення рівня її структурованості, строгості та формалізованості, полегшує виявлення нових напрямів та регіонів розвитку теорії циклічних функціональних відношень, а саме, нових моделей та методів опрацювання циклічних сигналів. Розвинута таксономія класів моделей, методів, алгоритмів та програмних засобів опрацювання та імітації (генерування) циклічних сигналів в рамках теорії циклічних функціональних відношень є вагомим підставою для коректного та обгрунтованого вибору дослідником (проектувальником) необхідних математичних моделей, методів, алгоритмів та програмних засобів, що у компактній та зручній для сприйняття формі містять відомості про визначальні властивості існуючих математичних моделей, рівня розробки методів їх аналізу та ефективності їх використання для вирішення відповідних завдань.

References:

1. Gardner W. A. (2005) Cyclostationarity: Half a century of research. W. A. Gardner, A. Napolitano, L. Paura. Signal Processing. № 86 (2006). P. 639-697.
2. Hurd H. L. (2001) Periodically Correlated Random Sequences: Spectral Theory and Practice. H. L. Hurd, The University of North Carolina at Chapel Hill Hampton University

3. Kochel P. (1980) Periodically stationary Markovian decision models. P. Kochel. Elektron. Informationsverarb. Kybernet. No. 16. P. 553-567 (in German).
4. Nematollahi A. R. (2000) Discrete time periodically correlated Markov processes. A. R. Nematollahi , A. R. Soltani. Probability and Mathematical Statistics. No. 20 (1). P. 127-140.
5. Ghysels E. (1993) Bayesian Inference for a General Class of Periodic Markov Switching Models. E. Ghysels, R. E. McCulloch, R. S. Tsay. 1993.
6. Ghysels E. (1992) On the Periodic Structure of the Business Cycle. E. Ghysels. Cowles Foundation, Yale Universiti. No. 1028.
7. Bittanti S. (1991) Markovian representations of cyclostationary processes, in: L. Gerencser, P.E. Caines (Eds.). S. Bittanti, F. Lorito, S. Strada. Topics in Stochastic Systems: Modelling, Estimation and Adaptive Control. Springer, Berlin, Germany. Vol. 161. P. 31-46.
8. Lupenko S.A. (2016) Teoretychni osnovy modeliuвання ta opratsiuvannia tsyklichnykh syhnaliv v informatsiinykh systemakh. Naukova monohrafiia. S.A.Lupenko. Lviv. Vydavnytstvo «Mahnoliia 2006», 344 s..
9. Lupenko S. (2015) Cyclic Linear Random Process As A Mathematical Model Of Cyclic Signals. S. Lupenko, N. Lutsyk, Y. Lapusta. Acta mechanica et automatic. №9(4). pp. 219-224.
10. Lupenko S. (2018) Modeling and signals processing using cyclic random functions/ A. Lupenko, O. Orobchuk, N. Stadnik, A. Zozulya. 13th IEEE International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT), September 11-14. Lviv, Ukraine, T. 1, pp. 360-363. ISBN 978-1-5386-6463-6. IEEE Catalog Number: CFP18D36-PRT.

Copyright: Serhii Lupenko, Andrii Zozulya, Christopher Chizoba, Nataliya Stadnyk, Andrii Horkunenko ©. 2021. This is an openaccess article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (CC BY). The use, distribution or reproduction in other forums is permitted, provided the original author(s) or licensor are credited and that the original publication in this journal is cited, in accordance with accepted academic practice. No use, distribution or reproduction is permitted which does not comply with these terms.