

DOI 10.26886/2414-634X.8(27)2018.5

UDC 517.95

PREDICTION OF CHANGES IN THE CHARACTERISTICS OF FILTER MATERIALS IN RAPID CONE-SHAPED WATER-PURIFYING FILTERS

Ju. Je. Klimjuk, PhD of Technical Sciences, Associate Professor

International Economic and Humanitarian University named after Academician Stepan Demianchuk, Ukraine, Rivne

A spatial mathematical model to predict the process of water purification from multicomponent impurities in rapid cone-shaped filters with homogeneous porous loads, taking into account the study of the change in the coefficients of filtration and active porosity along the filter height is developed. An algorithm for numerically asymptotic approximation of the solution of a corresponding nonlinear singularly perturbed boundary value problem for a spatial cone-shaped area, bounded by two equipotential surfaces and a surface of the flow, is obtained. The proposed model for a given constant rate of filtration allows computer experiments to predict changes in the characteristics of filter materials, to determine the optimal variants of their use and to increase the duration of the operation of cone-shaped filters by choosing their shape.

Keywords: mathematical model, process of water purification, multicomponent impurity, porous load, rapid filter, cone-shaped form, filtration coefficient, active porosity.

кандидат технічних наук, доцент, Климюк Ю. Є. Прогнозування зміни характеристик фільтрувальних матеріалів у швидких конусоподібних водоочисних фільтрах / Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янчука, Україна, м. Рівне

Сформовано просторову математичну модель для прогнозування процесу доочистки води від багатоконпонентних домішок у швидких конусоподібних фільтрах із однорідними пористими завантаженнями із урахуванням дослідження зміни коефіцієнтів фільтрації та активної пористості вздовж висоти фільтру. Отримано алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідної нелінійної сингулярно-збуреної крайової задачі для просторової конусоподібної області, обмеженої двома еквіпотенціальними поверхнями і поверхнею течії. Запропонована модель для заданої сталої швидкості фільтрації дозволяє шляхом проведення комп'ютерних експериментів спрогнозувати зміну характеристик фільтрувальних матеріалів, визначити оптимальні варіанти їх використання і збільшити тривалість роботи конусоподібних фільтрів за рахунок вибору їх форми.

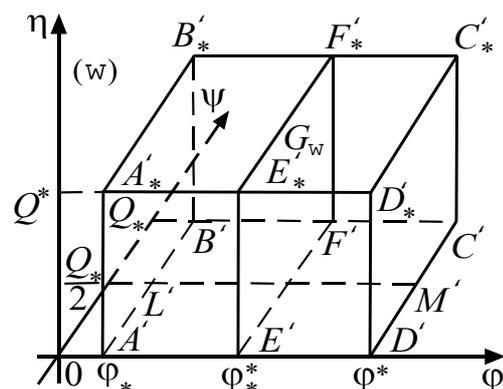
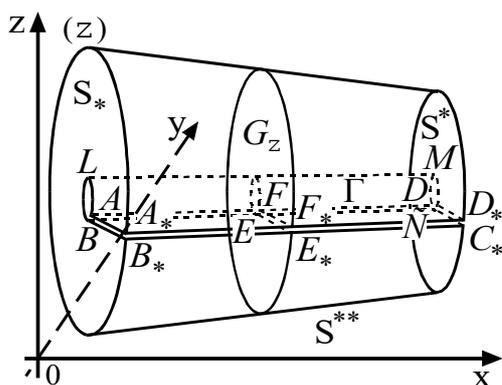
Ключові слова: математична модель, процес доочистки води, багатоконпонентна домішка, пористе завантаження, швидкий фільтр, конусоподібна форма, коефіцієнт фільтрації, активна пористість.

Вступ. Очищення води зазвичай досягається шляхом її відстоювання і фільтрування через шар фільтруючого матеріалу у швидких фільтрах [1]. Постійно зростаючі потреби у очищеній воді для господарської діяльності та зростання вартості фільтрувальних матеріалів вимагають проведення досліджень, пов'язаних із більш якісним використанням пористих завантажень швидких фільтрів та збільшенням тривалості їх роботи.

Останніми роками при дослідженні процесів доочистки рідин від домішок багатьма вченими використовується деяка модифікація моделі Д. М. Мінца (модифікована модель) при сталій швидкості фільтрації [2, 3]. У [4] запропоновано її просторове узагальнення для

криволінійного фільтра, яка є більш ефективною для проведення теоретичних досліджень, націлених на оптимізацію параметрів процесу фільтрування (тривалості роботи, форми, розмірів фільтра тощо) за рахунок введення додаткового рівняння для визначення зміни активної пористості завантаження вздовж висоти фільтра, врахування дифузії та масообмінних процесів між компонентами багатокомпонентної домішки у фільтраційній течії і в осаді, адсорбованому на зернах завантаження. Актуальною задачею є узагальнення відповідної моделі для конусоподібного фільтра та введення ще одного додаткового рівняння для дослідження зміни коефіцієнта фільтрації вздовж висоти фільтра.

Мета роботи. Сформулювати математичну модельну задачу для прогнозування процесу доочистки води від багатокомпонентних домішок у швидких фільтрах конусоподібної форми з однорідними пористими завантаженнями із врахуванням дослідження зміни коефіцієнтів фільтрації та активної пористості вздовж висоти фільтра. На основі результатів [4, 5] отримати алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідної нелінійної сингулярно-збуреної крайової задачі для просторової конусоподібної області, обмеженої двома екіпотенціальними поверхнями і поверхнею течії.



а)

б)

Рис. 1. Просторова модельна область:

а – область фільтрації G_z з умовним розрізом Γ (конусоподібний фільтр);

б – область комплексного потенціалу G_w

Постановка задачі. Змоделюємо процес доочистки води від багатокомпонентної домішки із врахуванням дослідження зміни характеристик однорідного пористого завантаження у швидкому конусоподібному фільтрі. Для області $G = G_z \times (0, \infty)$ ($z = (x, y, z)$), де G_z – просторова однозв'язна область, обмежена гладкими, ортогональними між собою в кутових точках та по ребрах, двома екіпотенціальними поверхнями S_* , S^* і поверхнею течії S^{**} (рис. 1 а), відповідна модельна задача описується системами рівнянь:

$$\left\{ \vec{v} = \kappa_0^0 \cdot \text{grad } \varphi, \text{div } \vec{v} = 0, \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma \cdot C_j)'_t &= \text{div} (D_j \cdot \text{grad } C_j) - \vec{v} \cdot \text{grad } C_j - \sum_{k=1}^m a_{j,k} \cdot C_j + \sum_{k=1}^m a_{k,j} \cdot C_k - \\ -\alpha_j \cdot C_j + \beta_j \cdot U_j \quad (j = \overline{1, m}), (\sigma \cdot U_j)'_t &= \text{div} (D_j^* \cdot \text{grad } U_j) - \sum_{k=1}^m a_{j,k}^* \cdot U_j + \\ + \sum_{k=1}^m a_{k,j}^* \cdot U_k + \alpha_j \cdot C_j - \beta_j \cdot U_j \quad (j = \overline{1, m}), \kappa'_t &= -\sum_{j=1}^m \mu_j \cdot U_j, \sigma'_t = -\sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot U_j \end{aligned} \right. \quad (2)$$

за крайових і початкових умов:

$$\left\{ \varphi|_{S_*} = \varphi_*, \varphi|_{S^*} = \varphi^*, \varphi'_{\vec{n}}|_{S^{**}} = 0, \right. \quad (3)$$

$$\left\{ C_j|_{S_*} = c_j^*, C'_{j\vec{n}}|_{S^*} = 0, C'_{j\vec{n}}|_{S^{**}} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \right. \quad (4)$$

$$\left\{ U_j|_{S_*} = u_j^*, U'_{j\vec{n}}|_{S^*} = 0, U'_{j\vec{n}}|_{S^{**}} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \right. \quad (5)$$

$$\left\{ C_j|_{t=0} = c_j^0 \quad (j = \overline{1, m}), U_j|_{t=0} = u_j^0 \quad (j = \overline{1, m}), \kappa|_{t=0} = \kappa_0^0, \sigma|_{t=0} = \sigma_0^0, \right. \quad (6)$$

де $\varphi = \varphi(x, y, z)$ і $\vec{v} = \vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ – відповідно потенціал і вектор швидкості фільтрації, $0 = \varphi_* < \varphi < \varphi^* < \infty$, $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(x, y, z) + v_y^2(x, y, z) + v_z^2(x, y, z)} > 0$, κ_0^0 – початковий коефіцієнт фільтрації, $\kappa_0^0 > 0$, \vec{n} – зовнішня нормаль до відповідної поверхні; $C_j = C_j(x, y, z, t)$ і $U_j = U_j(x, y, z, t)$ – відповідно концентрації j -тої компоненти багатоконпонентної домішки у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження; $\kappa = \kappa(x, y, z, t)$ – коефіцієнт фільтрації, $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$ – активна пористість, D_j і D_j^* – власні коефіцієнти дифузії j -тої компоненти багатоконпонентної домішки відповідно у фільтраційній течії і в осаді, $D_j = \varepsilon \cdot d_j$, $d_j > 0$, $D_j^* = \varepsilon \cdot d_j^*$, $d_j^* > 0$ ($j = \overline{1, m}$), $a_{j,k}$ і $a_{j,k}^*$ – коефіцієнти, що характеризують швидкість протікання масообмінних процесів між j -тою і k -тою компонентами багатоконпонентної домішки відповідно у фільтраційній течії і осаді, $a_{j,k} = \varepsilon \cdot \bar{a}_{j,k}$, $a_{j,k}^* = \varepsilon \cdot \bar{a}_{j,k}^*$ ($j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, m}$), α_j і β_j – коефіцієнти, що характеризують відповідно обсяги адсорбованої та десорбованої за одиницю часу j -тої компоненти багатоконпонентної домішки, $\beta_j = \varepsilon \cdot \bar{\beta}_j$ ($j = \overline{1, m}$), μ_j і γ_j – коефіцієнти, що характеризують відповідно швидкість зміни коефіцієнта фільтрації та активної пористості завантаження за рахунок сорбції j -тої компоненти багатоконпонентної домішки, $\mu_j = \varepsilon \cdot \bar{\mu}_j$, $\gamma_j = \varepsilon \cdot \bar{\gamma}_j$ ($j = \overline{1, m}$), $\bar{a}_{j,k} = \bar{a}_{j,k}(x, y, z, t)$, $\bar{a}_{j,k}^* = \bar{a}_{j,k}^*(x, y, z, t)$ ($j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, m}$), $\alpha_j = \alpha_j(x, y, z, t)$, $\bar{\beta}_j = \bar{\beta}_j(x, y, z, t)$, $\bar{\mu}_j = \bar{\mu}_j(x, y, z, t)$ і $\bar{\gamma}_j = \bar{\gamma}_j(x, y, z, t)$ ($j = \overline{1, m}$) – неперервні обмежені функції, ε – малий параметр ($\varepsilon > 0$), $c_j^* = c_j^*(M, t)$, $c_j^0 = c_j^0(x, y, z)$, $u_j^* = u_j^*(M, t)$, $u_j^0 = u_j^0(x, y, z)$ ($j = \overline{1, m}$) і $\sigma_0^0 = \sigma_0^0(x, y, z)$ – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою на ребрах області G , $M \in S_*$.

Аналогічно [5] шляхом фіксації на поверхні S_* деякої точки A та послідовного виконання умовних розрізів $\Gamma_1 = ALMDBLMC$ і $\Gamma_2 = ADD_*A_*BCC_*B_*$ вздовж відповідних поверхонь течії (для зручності позначимо $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$) задача (1)–(6) зводиться до розв'язання в однозв'язній області $G_z \setminus \Gamma$ – криволінійному паралелепіпеді $ABCD A_* B_* C_* D_*$, обмеженому двома екіпотенціальними поверхнями ABB_*A_* , CDD_*C_* та чотирма поверхнями течії $ABCD = ALMD \cup BLMC$, $A_*B_*C_*D_*$, $ADD_*A_* = BCC_*B_*$, які є гладкими і ортогональними між собою в кутових точках та вздовж ребер (рис. 1 а), з додаванням умови непроникності $\varphi'_n|_{\Gamma} = 0$ вздовж розрізу Γ задачі, що описується системою рівнянь (1), (2) з наступними крайовими умовами:

$$\left\{ \varphi|_{ABB_*A_*} = \varphi_*, \varphi|_{CDD_*C_*} = \varphi^*, \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \varphi'_n|_{ABCD \cup A_*B_*C_*D_* \cup ADD_*A_* \cup BCC_*B_*} = 0, \right. \quad (8)$$

$$\left\{ C_j|_{ABB_*A_*} = c_j^*, C'_{j\bar{n}}|_{CDD_*C_*} = 0, C'_{j\bar{n}}|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \right. \quad (9)$$

$$\left\{ U_j|_{ABB_*A_*} = u_j^*, U'_{j\bar{n}}|_{CDD_*C_*} = 0, U'_{j\bar{n}}|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \right. \quad (10)$$

початковими умовами (6) і подальшого “склеювання” берегів умовного розрізу Γ із використанням умов:

$$\left\{ \varphi|_{ALMD} = \varphi|_{BLMC}, \varphi'_n|_{ALMD} = \varphi'_n|_{BLMC}, \varphi|_{ADD_*A_*} = \varphi|_{BCC_*B_*}, \varphi'_n|_{ADD_*A_*} = \varphi'_n|_{BCC_*B_*} \right. \quad (11)$$

та узгодженості величин концентрацій компонент багатоконпонентної домішки на умовних поверхнях розрізу із використанням умов:

$$\left\{ \begin{aligned} C_j|_{ALMD} &= C_j|_{BLMC}, C'_{j\bar{n}}|_{ALMD} = C'_{j\bar{n}}|_{BLMC}, \\ C_j|_{ADD_*A_*} &= C_j|_{BCC_*B_*}, C'_{j\bar{n}}|_{ADD_*A_*} = C'_{j\bar{n}}|_{BCC_*B_*} \quad (j = \overline{1, m}), \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} U_j|_{ALMD} &= U_j|_{BLMC}, U'_{j\bar{n}}|_{ALMD} = U'_{j\bar{n}}|_{BLMC}, \\ U_j|_{ADD_*A_*} &= U_j|_{BCC_*B_*}, U'_{j\bar{n}}|_{ADD_*A_*} = U'_{j\bar{n}}|_{BCC_*B_*} \quad (j = \overline{1, m}). \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Шляхом введення пари функцій $\psi = \psi(x, y, z)$ і $\eta = \eta(x, y, z)$ таких, що $\kappa_0^0 \cdot \text{grad } \varphi = \text{grad } \psi \times \text{grad } \eta$ і заміною граничних умов (8) на умови:

$$\left\{ \psi \Big|_{ADD_*A_*} = 0, \psi \Big|_{BCC_*B_*} = Q_*, \eta \Big|_{ABCD} = 0, \eta \Big|_{A_*B_*C_*D_*} = Q^*, \right. \quad (14)$$

задача (1), (7), (14) замінюється більш загальною прямою задачею на знаходження просторового аналогу конформного відображення області G_z на відповідну область комплексного потенціалу – прямокутний паралелепіпед $G_w = A'B'C'D'A_*B_*C_*D_* = \{w = (\varphi, \psi, \eta) : \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q_*, 0 < \eta < Q^*\}$ (рис. 1 б), де Q_* , Q^* – невідомі параметри, $Q = Q_* \cdot Q^*$ – повна фільтраційна витрата, яка є розв'язаною в [5]. Тоді після заміни змінних $x = x(\varphi, \psi, \eta)$, $y = y(\varphi, \psi, \eta)$, $z = z(\varphi, \psi, \eta)$ у рівнянні (2) та умовах (5)–(7), відповідна задача для області $G_w \times (0, \infty)$ матиме вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\tilde{\sigma} \cdot c_j \right)'_t = D_j \cdot (b_1 \cdot c''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot c''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot c''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot c'_{j\psi} + b_5 \cdot c'_{j\eta}) - \\ & - \frac{\tilde{\nu}^2}{\kappa_0^0} \cdot c'_{j\varphi} - \sum_{k=1}^m \tilde{\alpha}_{j,k} \cdot c_j + \sum_{k=1}^m \tilde{\alpha}_{k,j} \cdot c_k - \tilde{\alpha}_j \cdot c_j + \tilde{\beta}_j \cdot u_j \quad (j = \overline{1, m}), \\ & \left(\tilde{\sigma} \cdot u_j \right)'_t = D_j^* \cdot (b_1 \cdot u''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot u''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot u''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot u'_{j\psi} + b_5 \cdot u'_{j\eta}) - \\ & - \sum_{k=1}^m \tilde{\alpha}_{j,k}^* \cdot u_j + \sum_{k=1}^m \tilde{\alpha}_{k,j}^* \cdot u_k + \tilde{\alpha}_j \cdot c_j - \tilde{\beta}_j \cdot u_j \quad (j = \overline{1, m}), \\ & \tilde{\kappa}'_t = - \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j \cdot u_j, \tilde{\sigma}'_t = - \sum_{j=1}^m \tilde{\gamma}_j \cdot u_j, \end{aligned} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ c_j \Big|_{\varphi=\varphi_*} = \tilde{c}_j^*, c'_{j\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_*} = 0, c'_{j\psi} \Big|_{\psi=0} = c'_{j\psi} \Big|_{\psi=Q_*} = c'_{j\eta} \Big|_{\eta=0} = c'_{j\eta} \Big|_{\eta=Q^*} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \right. \quad (16)$$

$$\left\{ u_j \Big|_{\varphi=\varphi_*} = \tilde{u}_j^*, u'_{j\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_*} = 0, u'_{j\psi} \Big|_{\psi=0} = u'_{j\psi} \Big|_{\psi=Q_*} = u'_{j\eta} \Big|_{\eta=0} = u'_{j\eta} \Big|_{\eta=Q^*} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \right. \quad (17)$$

$$\left\{ c_j \Big|_{t=0} = \tilde{c}_j^0 \quad (j = \overline{1, m}), u_j \Big|_{t=0} = \tilde{u}_j^0 \quad (j = \overline{1, m}), \tilde{\kappa} \Big|_{t=0} = \kappa_0^0, \tilde{\sigma} \Big|_{t=0} = \tilde{\sigma}_0^0, \right. \quad (18)$$

де $c_j = c_j(\varphi, \psi, \eta, t) = C_j(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t)$, $u_j = u_j(\varphi, \psi, \eta, t)$,
 $\tilde{\kappa} = \tilde{\kappa}(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{c}_j^* = \tilde{c}_j^*(\psi, \eta, t)$, $\tilde{u}_j^* = \tilde{u}_j^*(\psi, \eta, t)$,
 $\tilde{c}_j^0 = \tilde{c}_j^0(\varphi, \psi, \eta)$, $\tilde{u}_j^0 = \tilde{u}_j^0(\varphi, \psi, \eta)$, $\tilde{\sigma}_0^0 = \tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta)$, $\tilde{a}_{j,k} = \varepsilon \cdot \tilde{a}_{j,k}$, $\tilde{a}_{j,k}^* = \varepsilon \cdot \tilde{a}_{j,k}^*$,
 $\tilde{\beta}_j = \varepsilon \cdot \tilde{\beta}_j$, $\tilde{\gamma}_j = \varepsilon \cdot \tilde{\gamma}_j$, $\tilde{a}_{j,k} = \tilde{a}_{j,k}(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{a}_{j,k}^* = \tilde{a}_{j,k}^*(\varphi, \psi, \eta, t)$,
 $\tilde{\alpha}_j = \tilde{\alpha}_j(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\beta}_j = \tilde{\beta}_j(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\gamma}_j = \tilde{\gamma}_j(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{v} = \tilde{v}(\varphi, \psi, \eta) = \kappa_0^0 \cdot \sqrt{b_1}$,
 $b_r = b_r(\varphi, \psi, \eta)$ ($r = \overline{1, 5}$), $b_1 = \varphi_x'^2 + \varphi_y'^2 + \varphi_z'^2$, $b_2 = \psi_x'^2 + \psi_y'^2 + \psi_z'^2$, $b_3 = \eta_x'^2 + \eta_y'^2 + \eta_z'^2$,
 $b_4 = \psi_{xx}'' + \psi_{yy}'' + \psi_{zz}''$, $b_5 = \eta_{xx}'' + \eta_{yy}'' + \eta_{zz}''$.

Розв'язання задачі. Аналогічно до [4] знайдено числово-асимптотичне наближення розв'язку задачі (15)–(18) з точністю $O(\varepsilon^{n+1})$ у вигляді таких рядів:

$$c_j = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot c_{j,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot (\tilde{P}_{j,i} + \tilde{P}_{j,i}) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot (\hat{P}_{j,i} + \hat{P}_{j,i} + \check{P}_{j,i} + \check{P}_{j,i}) + R_{j,n+1} \quad (j = \overline{1, m}),$$

$$u_j = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot u_{j,i} + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot (\tilde{H}_{j,i} + \tilde{H}_{j,i}) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot (\hat{H}_{j,i} + \hat{H}_{j,i} + \check{H}_{j,i} + \check{H}_{j,i}) + \tilde{R}_{j,n+1}$$

($j = \overline{1, m}$),

$$\tilde{\kappa} = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{\kappa}_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot (\tilde{q}_i + \tilde{q}_i) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot (\hat{q}_i + \hat{q}_i + \check{q}_i + \check{q}_i) + \tilde{R}_{s,n+1},$$

$$\tilde{\sigma} = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{\sigma}_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot (\tilde{h}_i + \tilde{h}_i) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot (\hat{h}_i + \hat{h}_i + \check{h}_i + \check{h}_i) + \tilde{R}_{s,n+1},$$

де $c_{j,i} = c_{j,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$, $u_{j,i} = u_{j,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\kappa}_i = \tilde{\kappa}_i(\varphi, \psi, \eta, t)$, $\tilde{\sigma}_i = \tilde{\sigma}_i(\varphi, \psi, \eta, t)$

($j = \overline{1, m}$, $i = \overline{0, n}$) – члени регулярних частин асимптотик,

$\tilde{P}_{j,i} = \tilde{P}_{j,i}(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{H}_{j,i} = \tilde{H}_{j,i}(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{q}_i = \tilde{q}_i(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$, $\tilde{h}_i = \tilde{h}_i(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$ і

$\check{P}_{j,i} = \check{P}_{j,i}(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$, $\check{H}_{j,i} = \check{H}_{j,i}(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$, $\check{q}_i = \check{q}_i(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$, $\check{h}_i = \check{h}_i(\tilde{\phi}, \psi, \eta, t)$

($j = \overline{1, m}$, $i = \overline{0, n+1}$) – функції типу примежового шару відповідно в околі

$\varphi = \varphi_*$ і $\varphi = \varphi^*$ (поправки на вході і виході фільтру), $\hat{P}_{j,i} = \hat{P}_{j,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$,

$$\begin{aligned} \widehat{H}_{j,i} &= \widehat{H}_{j,i}(\varphi, \widetilde{\psi}, \eta, t), & \widehat{q}_i &= \widehat{q}_i(\varphi, \widetilde{\psi}, \eta, t), & \widehat{h}_i &= \widehat{h}_i(\varphi, \widetilde{\psi}, \eta, t), & \widehat{P}_{j,i} &= \widehat{P}_{j,i}(\varphi, \widetilde{\psi}, \eta, t), \\ \widetilde{H}_{j,i} &= \widetilde{H}_{j,i}(\varphi, \widetilde{\psi}, \eta, t), & \widetilde{q}_i &= \widetilde{q}_i(\varphi, \widetilde{\psi}, \eta, t), & \widetilde{h}_i &= \widetilde{h}_i(\varphi, \widetilde{\psi}, \eta, t), & \widetilde{P}_{j,i} &= \widetilde{P}_{j,i}(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t), \\ \check{H}_{j,i} &= \check{H}_{j,i}(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t), & \check{q}_i &= \check{q}_i(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t), & \check{h}_i &= \check{h}_i(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t), & \check{P}_{j,i} &= \check{P}_{j,i}(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t), \\ \check{\check{H}}_{j,i} &= \check{\check{H}}_{j,i}(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t), & \check{\check{q}}_i &= \check{\check{q}}_i(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t), & \check{\check{h}}_i &= \check{\check{h}}_i(\varphi, \psi, \widetilde{\eta}, t) \quad (j = \overline{1, m}, i = \overline{0, 2n+1}) \end{aligned}$$

функції типу примежового шару відповідно в околах $\psi = 0$, $\psi = Q_*$, $\eta = 0$, $\eta = Q^*$ (поправки на бічній стінці фільтру і берегах умовного розрізу Γ),

$$\tilde{\phi} = \frac{\varphi - \varphi_*}{\varepsilon}, \quad \check{\phi} = \frac{\varphi^* - \varphi}{\varepsilon}, \quad \tilde{\psi} = \frac{\psi}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \check{\psi} = \frac{Q_* - \psi}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \tilde{\eta} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \check{\eta} = \frac{Q^* - \eta}{\sqrt{\varepsilon}} \text{ – відповідні}$$

їм регуляризуючі перетворення (розтяги), $R_{j,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$,

$\check{R}_{j,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$, $\check{\check{R}}_{j,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$ ($j = \overline{1, m}$) – залишкові

члени. Зокрема, для знаходження $c_{j,i}$, $u_{j,i}$, $\tilde{\kappa}_i$, $\check{\sigma}_i$ ($j = \overline{1, m}$, $i = \overline{0, n}$)

одержано формули:

$$c_{j,0} = \begin{cases} \check{c}_j^*(\psi, \eta, t - \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta)) \cdot e^{-\tilde{\lambda}_{j,1}(\varphi, \psi, \eta, t)}, & t \geq \tilde{f}, \\ \check{c}_j^0(\tilde{f}^{-1}(\tilde{f}(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta) \cdot e^{-\tilde{\lambda}_{j,2}(\varphi, \psi, \eta, t)}, & t < \tilde{f}, \end{cases}$$

$$u_{j,0} = \frac{1}{\check{\sigma}_0^0} \cdot \int_0^t \check{\alpha}_j(\varphi, \psi, \eta, \hat{t}) \cdot c_{j,0}(\varphi, \psi, \eta, \hat{t}) d\hat{t} + \tilde{u}_j^0 \quad (j = \overline{1, m}), \quad \tilde{\kappa}_0 = \kappa_0^0, \quad \check{\sigma}_0 = \check{\sigma}_0^0,$$

$$c_{j,i} = \begin{cases} e^{-\tilde{\lambda}_{j,1}(\varphi, \psi, \eta, t)} \cdot \int_{\varphi_*}^{\varphi} \frac{g_{j,i}(\hat{\varphi}, \psi, \eta, \tilde{f}(\hat{\varphi}, \psi, \eta) - \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta) + t)}{\tilde{v}^2(\hat{\varphi}, \psi, \eta)} \cdot e^{\tilde{\lambda}_{j,1}(\hat{\varphi}, \psi, \eta, t)} d\hat{\varphi}, & t \geq \tilde{f}, \\ e^{-\tilde{\lambda}_{j,2}(\varphi, \psi, \eta, t)} \cdot \int_0^t \frac{g_{j,i}(\tilde{f}^{-1}(\hat{t} + \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, \hat{t})}{\check{\sigma}_0^0(\tilde{f}^{-1}(\hat{t} + \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} \cdot e^{\tilde{\lambda}_{j,2}(\varphi, \psi, \eta, \hat{t})} d\hat{t}, & t < \tilde{f}, \end{cases}$$

$$u_{j,i} = \frac{1}{\check{\sigma}_0^0} \cdot \int_0^t \check{g}_{j,i}(\varphi, \psi, \eta, \hat{t}) d\hat{t} \quad (j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}),$$

$$\tilde{\kappa}_i = \int_0^t \check{g}_i(\varphi, \psi, \eta, \hat{t}) d\hat{t}, \quad \check{\sigma}_i = \int_0^t \hat{g}_i(\varphi, \psi, \eta, \hat{t}) d\hat{t} \quad (i = \overline{1, n}),$$

$$\text{де} \quad \tilde{\lambda}_{j,1}(\varphi, \psi, \eta, t) = \kappa_0^0 \cdot \int_{\varphi^*}^{\varphi} \frac{\tilde{\alpha}_j(\varphi, \psi, \eta, \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta) + t - \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta))}{\tilde{v}^2(\varphi, \psi, \eta)} d\varphi,$$

$$\tilde{\lambda}_{j,2}(\varphi, \psi, \eta, t) = \int_0^t \frac{\tilde{\alpha}_j(\tilde{f}^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta, \tilde{t})}{\tilde{\sigma}_0^0(\tilde{f}^{-1}(\tilde{t} + \tilde{f}(\varphi, \psi, \eta) - t, \psi, \eta), \psi, \eta)} d\tilde{t},$$

$$g_{j,i} = I(i,1) \cdot \left(d_j \cdot (b_1 \cdot c''_{(j,i-1)\varphi\varphi} + b_2 \cdot c''_{(j,i-1)\psi\psi} + b_3 \cdot c''_{(j,i-1)\eta\eta} + b_4 \cdot c'_{(j,i-1)\psi} + b_5 \cdot c'_{(j,i-1)\eta}) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k} \cdot c_{j,i-1} - \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j} \cdot c_{k,i-1} + \tilde{\beta}_j \cdot u_{j,i-1} - \sum_{l=1}^i (\tilde{\sigma}_l \cdot c'_{(j,i-l)t} - \tilde{\sigma}'_{lt} \cdot c_{j,i-l}) \right),$$

$$\tilde{g}_{j,i} = \tilde{\alpha}_j \cdot c_{j,i} +$$

$$+ I(i,1) \cdot \left(d_j^* \cdot (b_1 \cdot u''_{(j,i-1)\varphi\varphi} + b_2 \cdot u''_{(j,i-1)\psi\psi} + b_3 \cdot u''_{(j,i-1)\eta\eta} + b_4 \cdot u'_{(j,i-1)\psi} + b_5 \cdot u'_{(j,i-1)\eta}) + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k}^* \cdot u_{j,i-1} - \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j}^* \cdot u_{k,i-1} - \tilde{\beta}_j \cdot u_{j,i-1} + \sum_{l=1}^i (\tilde{\sigma}_l \cdot u'_{(j,i-l)t} + \tilde{\sigma}'_{lt} \cdot u_{j,i-l}) \right),$$

$$\tilde{g}_i = -I(i,1) \times \times \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j \cdot u_{j,i-1}, \quad \hat{g}_i = -I(i,1) \cdot \sum_{j=1}^m \tilde{\gamma}_j \cdot u_{j,i-1}, \quad \tilde{f} = \kappa_0^0 \cdot \int_{\varphi^*}^{\varphi} \frac{\tilde{\sigma}_0^0(\varphi, \psi, \eta)}{\tilde{v}^2(\varphi, \psi, \eta)} d\varphi,$$

$$I(a,b) = \begin{cases} 1, & a \geq b, \\ 0, & a < b. \end{cases}$$

Висновки. Отримана просторова математична модель прогнозування процесу доочистки води від багатоконпонентних домішок у швидких конусоподібних фільтрах, яка враховує зворотній вплив концентрацій домішок, адсорбованих на зернах завантаження, на коефіцієнт фільтрації та активну пористість. У припущенні, що конвективна складова масоперенесення й адсорбція переважають над вкладом дифузії, десорбції та масообміну між компонентами багатоконпонентної домішки, отримано алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідної нелінійної сингулярно-збуреної крайової задачі для просторової конусоподібної області, обмеженої двома еквіпотенціальними поверхнями і поверхнею течії. Запропонована модель дозволяє шляхом проведення

комп'ютерних експериментів спрогнозувати зміни характеристик однорідних пористих завантажень, дослідити оптимальні варіанти використання сорбційної ємності фільтрувальних матеріалів та збільшення тривалості роботи фільтрів.

Література:

1. Орлов, В. О. (2005). *Водоочисні фільтри із зернистою засипкою*. Рівне: НУВГП, 163.
2. Бомба, А. Я., Сафоник, А. П. (2017). *Моделювання нелінійно-збурених процесів очищення рідин від багатоконпонентних забруднень: монографія*. Рівне: НУВГП, 296.
3. Минц, Д. М. (1964). *Теоретические основы технологии очистки воды*. М. : Стройиздат, 156.
4. Klimjuk, Ju. Je. (2016). Prediction of optimal modes of operation of rapid filters with homogeneous porous loads. *Innovative solutions in modern science*, 7 (7). Dubai, 85–96.
5. Klimjuk, Ju. Je. (2017). Construction of filtration fields for rapid filters conical shape with homogeneous porous loads. *Proceedings of II International scientific conference "World Science in 2016: Results"*. Morrisville: Lulu Press, 95–99.

References:

1. Orlov, V. O. (2005). *Vodoochysni fil'try iz zernystoyu zasypkoyu* [Water-purifying filters with granular filler]. Rivne, NUVHP, 163.
2. Bomba, A. Ya., Safonyk, A. P. (2017). *Modelyuvannya neliniynozburenykh protsesiv ochyshchennya ridyn vid bahatokomponentnykh zabrudnen': monohrafiya* [Modeling of nonlinearly perturbed processes of cleaning liquids from multicomponent contaminants: monograph]. Rivne, NUVHP, 296.

3. Mints, D. M. (1964). *Teoreticheskie osnovy tekhnologii ochistki vody* [Theoretical basis of water purification technology]. Moscow, Stroyizdat, 156.
4. Klimjuk, Ju. Je. (2016). Prediction of optimal modes of operation of rapid filters with homogeneous porous loads. *Innovative solutions in modern science*, no. 7 (7). Dubai, 85–96.
5. Klimjuk, Ju. Je. (2017). Construction of filtration fields for rapid filters conical shape with homogeneous porous loads. *Proceedings of II International scientific conference "World Science in 2016: Results"*. Morrisville: Lulu Press, 95–99.