

DOI 10.26886/2414-634X.3(22)2018.3

UDC: 621.391

**FORMALIZATION OF THE PROBLEM OF THE SDN NETWORK
PARTITIONING INTO ROUTING ZONES**

A. Kohan, PhD in Technical Sciences

Y. Kulakov, Doctor in Technical Sciences

M. Sperkach, PhD in Technical Sciences

O. Zhdanova, PhD in Technical Sciences

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute" Ukraine, Kiev

One of the key goals that should be solved to efficiently organize network routing is splitting the network to, in some sense, optimal set of routing zones. The work considers generalized mathematical formalization of the graph partition problem. Graph defines SDN network topology. According to this topology possible objective functions and constraints were formulated. Objective functions take into account cut parameters, subgraphs and/or cuts boundary vertices characteristics. Constraints take into account weights and probabilities .

Key words: software-defined networking, routing zones, graph partition, graph cut, total cut weight

кандидат технічних наук, Коган А. В., доктор технічних наук, професор, Кулаков Ю. О., кандидат технічних наук, Сперкач М. О., кандидат технічних наук, доцент, Жданова О. Г. Формалізація задачі розбиття мережі SDN на зони маршрутизації / Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Україна, Київ

Однією з ключових задач, що повинні бути розв'язані для організації ефективної маршрутизації в мережах, є розбиття всієї

мережі на оптимальну в деякому сенсі кількість зон маршрутизації. В роботі розглядається узагальнена математична формалізація задачі розбиття графу, який описує фізичну топологію мережі SDN. Відповідно цієї топології були сформульовані можливі цільові функції та визначені обмеження задач розбиття графу. Цільові функції враховують параметри розрізів, підграфів та/або характеристики граничних вершин розбиття. Обмеження враховують ваги та ймовірності виключення/виходу з ладу вершин і ребер.

Ключові слова: програмно-конфігурована мережа, зони маршрутизації, граф, розбиття графу, розріз графу, гранична вершина, сумарна вага розрізу.

Вступ. Сучасні маршрутизатори вирішують два основних завдання: передача даних у мережі та управління даними. В програмно-конфігурованій мережі (Software Defined Networking, SDN) рівні управління мережею та управління даними [1] розділяються за рахунок розділення функції управління (маршрутизатора, комутатора тощо) у застосування, що працює на окремому сервері, який називається контролером. Такий підхід дає наступні переваги: гнучкість управління мережею; адаптивність управління мережею; підвищення надійності. Таким чином, SDN дозволяє автоматизувати і значно спростити управління мережею за рахунок можливості програмування, дозволяючи будувати гнучкі масштабовані мережі, які швидко та легко адаптуються до зміни структури мережі.

Сучасна тенденція швидкоплинного розвитку комп'ютерних мереж у наслідок збільшення обсягу різноманітного типу трафіку в мережі, особливо обсягу мобільного трафіку, зростає в геометричній прогресії, а види трафіку стають все більш різноманітними. В свою чергу, для кожного типу трафіку висуваються свої вимоги до якості

обслуговування (QoS) [2], такі як: вимоги до пропускнуої здатності, затримки, надійності та відносної завантаженості вузла.

Виникає потреба в організації ефективної маршрутизації, в тому числі, при розбитті всієї мережі на оптимальну, що може бути кількістю зон маршрутизації. В результаті поділу, отримуємо зони, кількість вузлів в кожній з яких відповідає певним критеріям, контролювати які буде контролер SDN. Процес маршрутизації в кожній зоні спроститься за рахунок зменшення вузлів у співвідношенні до загальної кількості вузлів у мережі. Одночасно підвищиться рівень безпеки в кожній зоні та зменшиться час на міждоменну маршрутизацію через граничні маршрутизатори.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Розбиття комп'ютерної мережі на зони маршрутизації є однією з основних алгоритмічних задач. Розділення або кластеризація великих графів часто є важливою підзадачею для зменшення складності або паралелізації управління мережею. З появою необхідності вирішення таких задач, як наукове моделювання, соціальні мережі або дорожні мережі виникає потреба в розбитті графів на менші підграфи. Якість розбиття графа грає вирішальну роль у продуктивності мережі.

У роботі [3] запропоновано гібридний SDN/OSPF підхід до розбиття мережі на субдомени (підграфи), який встановлює централізований контроль над розподіленим протоколом маршрутизації, розділяючи топологію на субдомени з вузлами кордону підтримки SDN. При цьому для суміжних субдомени виділяються граничні вершини (місяця розміщення SDN-контролерів). Метою розбиття є балансування всіх отримуваних підграфів з мінімізацією сумарної вартості використання субдомени (яка визначається розміром субдомени) і з врахуванням обмеження на кількість граничних вершин. У якості метрики використовуються відстані від вершин підграфів до граничних вершин.

У роботі [4] розглядається питання мінімізації вартості зв'язку між субдоменами. Проаналізовані два найбільш поширені алгоритми розбиття графів, такі як алгоритм Fiduccia-Matthyses та алгоритм Kernighan-Lin. Розбиття мережі за цим критерієм полегшує міждоменну маршрутизацію.

У [5] запропоновано новий ефективний підхід до розв'язання задачі розміщення контролерів SDN. Цей підхід використовує алгоритм спектральної кластеризації для розбиття великої мережі на декілька невеликих SDN-доменів з метою мінімізації затримки розповсюдження пакетів та підвищення надійності.

Сучасні методи розв'язання задачі розбиття на зони маршрутизації вирішуються різного роду алгоритмами, вибір яких залежить від постановки задачі.

Розбиття графу на більш дрібні зони маршрутизації дозволяють підвищити продуктивність мережі. При цьому не враховується ймовірність виходу з ладу контролера кластера. Для бездротових комп'ютерних мереж SDN важливо розділити мережу на оптимальну, в деякому сенсі, кількість зон з мінімальною ймовірністю виходу з ладу SDN.

Мета та завдання роботи.

Метою роботи є дослідження задач розбиття графу, який описує фізичну топологію мережі SDN.

Для досягнення мети необхідно виконати наступні завдання: провести дослідження властивостей поставленої задачі; математично формалізувати узагальнену задачу розбиття графу: цільову функцію та обмеження, які враховують фізичну топологію мережі SDN та вимоги до неї.

Дослідження задачі.

Для мережі з підтримкою SDN із заданими вузлами та зв'язками фізична топологія може бути представлена у вигляді неорієнтованого графу:

$$G = (V, E, W, C, P),$$

де V – не пуста кінцева множина вершин, $V = \{1, \dots, n\}$, n – порядок графа; $E = \{(i, j) \in V \times V\}$ – множина ребер; $W: V \rightarrow R$ – вагова функція, яка кожній вершині ставить у відповідність дійсне число ($w_i > 0$ – вага вершини $i \in V$); $C: E \rightarrow R$ – вагова функція, яка кожному ребру ставить у відповідність дійсне число ($c_{ij} > 0$ – вага ребра $(i, j) \in E$); $P: E \rightarrow (0, 1]$ – вагова функція, яка кожному ребру ставить у відповідність дійсне число з напівінтервалу $(0, 1]$ ($0 < p_{ij} \leq 1$ – вірогідність безвідмовної роботи ребра $(i, j) \in E$).

Граф є простим – він не має петель та мультіребер.

Розбиття графу на підграфи [6] означає представлення вихідного графу $G = (V, E)$ у вигляді множини підмножин вершин (блоків) V_1, V_2, \dots, V_r ($r > 1$), таких, що $V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_r = V$, $V_k \cap V_l = \emptyset$, $k, l = 1, \dots, r$, $k \neq l$.

Вершина $i \in V_k$, яка пов'язана ребром з вершиною $j \in V_l$, $k \neq l$ називається **граничною вершиною**. Ребро, що з'єднує вершини різних блоків, називається **ребром розрізу**. Множина $E_{kl} = \{(i, j) \in E \mid i \in V_k, j \in V_l\}$ є множиною ребер розрізу між блоками V_k та V_l (деякі з множин E_{kl} можуть бути порожніми). Множини E_{kl} далі будемо називати **підрозрізами**.

Підграфом G_k будемо називати граф з множиною вершин V_k та множиною ребер $E_k = \{(i, j) \in E \mid i \in V_k, j \in V_k\}$, тобто $G_k = (V_k, E_k)$.

Якість розбиття графу може оцінюватися по одному або декільком критеріям, які є функціями параметрів підрозрізів E_{kl} , підмножин V_1, V_2, \dots, V_r та/або підграфів G_1, G_2, \dots, G_r :

$$\sum_{k < l} f(E_{kl}) \rightarrow \min(\max);$$

$$\sum_{k=1}^p g(V_k) \rightarrow \min(\max);$$

$$\sum_{k=1}^p h(G_k) \rightarrow \min(\max).$$

Можливі такі критерії оцінки якості підрозрізів, $f(E_{kl})$:

- сумарна кількість ребер підрозрізів, $f(E_{kl}) = |E_{kl}|$;
- сумарна вага ребер підрозрізу (вартість розрізу), $f(E_{kl}) = \sum_{(i,j) \in E_{kl}} c_{ij}$;
- ймовірність виходу з ладу всіх ребер підрозрізу $f(E_{kl}) = \prod_{(i,j) \in E_{kl}} (1 - p_{ij})$

(передбачається, що події «вихід ребра з ладу» є незалежними);

– мінімальна з ймовірностей безвідмовної роботи ребер підрозрізу $f(E_{kl}) = \min_{(i,j) \in E_{kl}} p_{ij}$;

– критерій, який є комбінацією параметрів підрозрізів, наприклад сума добутків ваг ребер на ймовірність виходу їх з ладу.

$f(E_{kl}) = \sum_{(i,j) \in E_{kl}} c_{ij}(1 - p_{ij})$ (зводиться до задачі розбиття з перерахованою

ваговою функцією ребер).

Можливі такі критерії оцінки якості одержуваних підграфів:

- щільність підграфу, $h(G_k) = \frac{2|E_k|}{|V_k|(|V_k| - 1)}$;
- максимальна з степенів вершин підграфу, $h(G_k) = \max_{i \in V_k} \{s_i\}$, де s_i – степінь вершини $i \in V_k$ підграфу $G_k = (V_k, E_k)$;
- діаметр $d(G_k)$ підграфу $G_k = (V_k, E_k)$; діаметр графу (підграфу) - відстань між двома найбільш віддаленими вершинами в графі (підграфі);

- порушення балансу між сумарними вагами вершин підграфів (метою є знайти таке розбиття, де сума ваг вершин $g(V_k) = \sum_{i \in V_k} w_i$ у кожному підграфі були б якомога

близькими один до одного):

$$\max_{1 \leq k \leq r} \{g(V_k)\} - \min_{1 \leq k \leq r} \{g(V_k)\} \rightarrow \min ;$$

- характеристики граничних вершин підграфів $G_k = (V_k, E_k)$.

У задачі на одержуваний розв'язок також можуть бути накладені деякі обмеження (граничні умови), які повинні бути враховані при знаходженні розбиття. До них належать обмеження (знизу та/або зверху) на наступні величини:

- кількість підграфів розбиття;
- кількість вершин, що входять до підграфів – так зване

обмеження балансу, згідно якому всі підмножини V_1, V_2, \dots, V_r повинні мати приблизно однаковий розмір, точніше, це обмеження вимагає, щоб $|V_k| \leq (1 + \varepsilon) \left\lceil \frac{|V|}{r} \right\rceil$ $k = 1..r$ ($\varepsilon > 0$ – називається *параметром дисбалансу*);

- максимальний дисбаланс між кількістю вершин підграфів

розбиття $\max_k |V_k| / \left\lceil \frac{|V|}{r} \right\rceil$;

- сумарна вага вершин підграфів;
- розмір дисбалансу між сумарними вагами вершин підграфів;
- кількість ребер, що входять в розріз;
- сумарна вага ребер розрізу;
- ймовірність виведення з ладу (виключення) всіх ребер підрозрізу E_{kl} ;
- середня кількість ребер, які входять до підрозрізу E_{kl} ;
- середня вага ребер, які входять до підрозрізу E_{kl} ;

– характеристики граничних вершин підграфів $G_k = (V_k, E_k)$ (ступінь d_i граничної вершини i ; кількість d_i^{cut} ребер, інцидентних граничній вершині i , які входять до підрозрізу; вірогідність виведення з ладу «внутрішніх» та «зовнішніх» ребер граничної вершини).

З урахуванням вимог до отримуваних підграфів (субдоменів) можуть бути сформульовані різні оптимізаційні задачі розбиття графу. Так, з метою оптимізації процедури маршрутизації необхідно, щоб розмір домену та кількість вершин, які входять до них повинні відповідати певним значенням. При розгляді питань міждоменної багатошляхової маршрутизації одним з основних питань є розбиття мережі на домени маршрутизації та визначення місць розташування граничних маршрутизаторів. Таким чином, можна виділити три основні постановки задачі розбиття.

Постановка задачі 1

Цільова функція – мінімізація вартості розрізу:

$$\sum_{kl} f(E_{kl}) = \sum_{kl} \sum_{(i,j) \in E_{kl}} c_{ij} \rightarrow \min. \quad (1)$$

Обмеження:

1) на порядок підграфів:

значення кількості вершин у підграфі не може бути меншим від заданої величини, яка визначається через параметр дисбалансу $0 < \varepsilon_V < 1$ (параметр ε_V визначає міру відхилення порядку підграфу в меншу сторону від середнього):

$$|V_k| \geq (1 - \varepsilon_V) \left\lfloor \frac{|V|}{r} \right\rfloor, \quad k = 1 \dots r. \quad (2)$$

2) на діаметри підграфів:

діаметр підграфів не може перевищувати заданої величини Δ_c :

$$d(G_k) \leq \Delta_c, \quad k = 1 \dots r. \quad (3)$$

Постановка задачі 2

Цільова функція – мінімізація суми ймовірностей виходу/виведення з ладу всіх підрозрізів:

$$\sum_{kl/|E_{kl}| \neq 0} f(E_{kl}) = \sum_{kl/|E_{kl}| \neq 0} \prod_{(i,j) \in E_{kl}} (1 - p_{ij}) \rightarrow \min . \quad (4)$$

Обмеження – (2) і/або (3).

Постановка задачі 3

У цій постановці акцент робиться на властивості множини граничних вершин (рис. 1). Нехай: $V_{kl} = \{i \in V_k, j \in V_l \mid (ij) \in E_{kl}\}$ – множина вершин, інцидентних ребрам підрозрізу E_{kl} ;

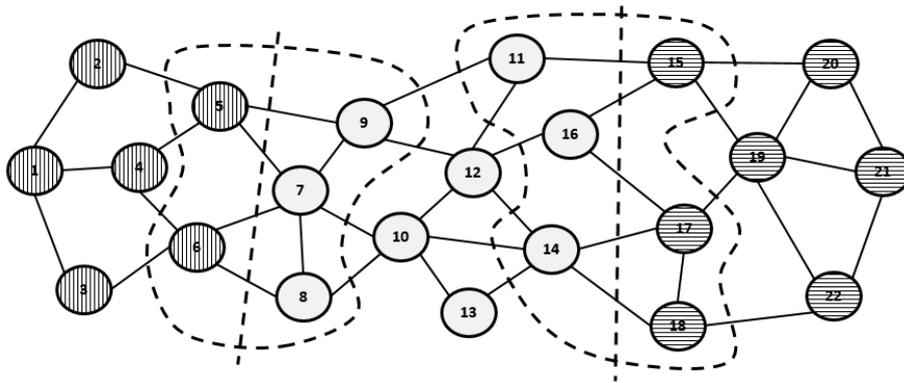


Рис. 1. Множини граничних вершин

Цільова функція – мінімізація суми ваг граничних вершин:

$$\sum_{kl/|E_{kl}| \neq 0} \sum_{i \in V_{kl}} w_i \rightarrow \min . \quad (4)$$

Обмеження – (2) та/або (3).

Висновки.

Запропонована узагальнена математична формалізація задачі розбиття графу, який описує фізичну топологію мережі SDN. Відповідно цієї топології були сформульовані цільові функції та визначені обмеження задач розбиття графу.

Література:

1. O' Briain Diarmuid. *Network Revolution - Software Defined Networking and Network Function Virtualisation playing their part in the next Industrial Revolution* / Diarmuid O' Briain, David Denieffe, Yvonne Kavanagh and

Dorothy Okello // Symposium on Transformative Digital Technologies. Kamapla. – 2016. pp. 1-8.

2. Wang Runxin. QoS-aware Multipathing in Datacenters Using Effective Bandwidth Estimation and SDN / Runxin Wang, Simone Mangiante, Alan Davy, Lei Shi, Brendan Jennings. – 2016. – pp. 359-364.

3. Caria Marcel. SDN Partitioning: A Centralized Control Plane for Distributed Routing Protocols / Marcel Caria, Admela Jukan, Marco Hoffmann // Networking and Internet Architecture. – 2016. – pp. 1-14.

4. Arlimatti Shivaleela. Minimization of Communication Cost between Controller Domains with Graph Partitioning Algorithms / Shivaleela Arlimatti, Suhaidi Hassan and Adib Habbal // Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V. – 2016. – Vol. 31 – N°5.– pp. 1-8.

5. Xiao P. The SDN controller placement problem for WAN / P. Xiao, W. Qu, H. Qi, Z. Li and Y. Xu // 2014 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC), Shanghai. – 2014. – pp. 220-224.

6. Christian Schulz. Graph Partitioning and Graph Clustering in Theory and Practice // Institute for Theoretical Informatics Karlsruhe Institute of Technology (KIT). – May 20, 2016. – pp. 24-187.

References:

1. Diarmuid O´ Briain, David Denieffe, Yvonne Kavanagh and Dorothy Okello. Network Revolution - Software Defined Networking and Network Function Virtualisation playing their part in the next Industrial Revolution. Symposium on Transformative Digital Technologies. Kamapla. – 2016. – pp. 1-8.

2. Runxin Wang, Simone Mangiante, Alan Davy, Lei Shi, Brendan Jennings. QoS-aware Multipathing in Datacenters Using Effective Bandwidth Estimation and SDN. – 2016. – pp. 359-364.

3. *Marcel Caria, Admela Jukan, Marco Hoffmann. SDN Partitioning: A Centralized Control Plane for Distributed Routing Protocols. Networking and Internet Architecture. – 2016. – pp. 1-14.*
 4. *Shivaleela Arlimatti, Suhaidi Hassan and Adib Habbal. Minimization of Communication Cost between Controller Domains with Graph Partitioning Algorithms. Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V. – 2016. – Vol. 31 – N°5.– pp. 1-8.*
 5. *P. Xiao, W. Qu, H. Qi, Z. Li and Y. Xu, "The SDN controller placement problem for WAN," 2014 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC). Shanghai. – 2014. – pp. 220-224.*
- Christian Schulz. Graph Partitioning and Graph Clustering in Theory and Practice. Institute for Theoretical Informatics Karlsruhe Institute of Technology (KIT). – May 20, 2016. – pp. 24-187.*